Représentations des groupes réductifs p-adiques : corrections

Je remercie chaleureusement Ammar Yasir Kiliç et le professeur Noaki Imai qui m'ont indiqué la plupart des erreurs corrigées ci-dessous. Les erreurs sont indiquées selon leur place dans la version imprimée. On trouve sur ma page web une version corrigée du livre.

p. 9, l. 15 : remplacer $d_f \leq d_e$ par $d_e \leq d_f$

p . 20 : voici l'énoncé correct du théorème :

Théorème. *Le foncteur I_A^B est l'adjoint à droite du foncteur d'oubli $\mathcal{F}_A^B$, et le foncteur P_A^B est l'adjoint à gauche du pseudo foncteur d'oubli $\check{\mathcal{F}}_A^B$. On a donc, pour tout $N \in \mathcal{M}(A)$ et $M \in \mathcal{M}(B)$, des isomorphismes naturels*

$$\mathrm{Hom}_B(M, I_A^B(N)) \simeq \mathrm{Hom}_A(\mathcal{F}_A^B(M), N),$$

$$\mathrm{Hom}_B(P_A^B(N), M) \simeq \mathrm{Hom}_A(N, \check{\mathcal{F}}_A^B(M)).$$

p. 22 : démonstration du lemme I.3.2 : il est affirmé peut-être un peu rapidement que $z \mapsto e \otimes Z$ est une injection de Z dans $A \otimes_{eAe} Z$. Par ailleurs, nous ne sommes pas tout-à-fait dans les conditions de la section I.2.3 où le foncteur P est défini, car A n'est pas un eAe-module unitaire, e n'agissant pas comme l'identité de A. Néanmoins si Z est un eAe-module unitaire, c'est en particulier un $\mathbb{C}$ espace vectoriel. L'algèbre A aussi, et les deux structures induites de $\mathbb{C}$ espaces-vectoriel sur le produit tensoriel $A \otimes_{eAe} Z$ coïncident.

Donnons un argument pour l'injectivité de $z \mapsto e \otimes Z$ de Z dans $A \otimes_{eAe} Z$. Il s'agit de montrer que si $z \in Z$ est non nul, $e \otimes z$ ne s'annule pas dans $A \otimes_{eAe} Z$. Par définition du produit tensoriel, il suffit de trouver une application bilinéaire (pour la strucure de $\mathbb{Z}$-module) balancée $B : A \times Z \to W$ qui ne s'annule pas sur (e, z) car son relèvement $\mathbb{Z}$-linéaire au produit tensoriel ne s'annulera pas sur $e \otimes z$. Prenons $W = \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(A, Z)$ et

$$B : A \times Z \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(A, Z), \quad (a, z) \mapsto [\phi_{a,z} : b \mapsto ebae \cdot z].$$

Il est clair que B est $\mathbb{Z}$-bilinaire. Elle est balancée car

$$B(aece, z) = [b \mapsto ebaecee \cdot z = ebaece \cdot z] = B(a, ece \cdot z).$$

On a $B(e, z) = [\phi_{e,z} : b \mapsto ebeee \cdot z = ebe \cdot z]$, et $\phi_{e,z}(e) = e \cdot z = z \neq 0$ donc $\phi_{e,z} \neq 0$.

p. 26, l. 6 : il faut bien sûr supposer m non nul.

p. 26, l. 12 : ce M dans l'énoncé du théorème est en fait un B.

p. 29, démonstration du lemme :
Démonstration. ... ce foncteur est isomorphe au foncteur $\mathrm{Hom}_A(X, \tilde{\bullet})$ qui est la composition du foncteur de dualité, exact d'après le lemme I.4.1, et du foncteur $\mathrm{Hom}_A(X, \bullet)$, exact par hypothèse. $\square$

p. 35, l. 2 Proposition : propriété de Baire : toute intersection dénombrable d'ouverts dense est dense.

p. 40, l. 5 : On a pour tout $x \in U_j$,

p. 40, l. 19 : un recouvrement $(U_j^i)_{j\in J_j}$ de V_i par des ouverts ...

p. 42, l. 10 à 14 :
Soient $f \in \mathcal{F}(U)$, $\iota_U^{\mathcal{F}}(f) = s_f$ et $f' = \Psi_U(s_f)$ obtenu comme ci-dessus On a alors :

$$\Psi_U(\iota_U^{\mathcal{F}}(f)) = \Psi_U(s_f) = f'$$

et $\rho_{U,U_i}(f') = f_i' = \psi_{U_i}(f_i)$ pour tout $i \in I$. Ceci montre que $\Psi \circ \iota^{\mathcal{F}} = \psi$.

p. 42, l. -9 :

$$s : U \to \coprod_{x\in U} \mathcal{F}_x$$

p. 45 : Il y a une ambiguïté (ou un conflit) sur la définition des modules non dégénérés pour l'algèbre $\mathcal{C}^\infty(X)$. C'est une algèbre unitaire, et dans le chapitre 1, les algèbres unitaires sont un cas particulier d'algèbres à idempotents, les modules non-dégénérés étant les modules unitaires. Mais ce n'est pas ce que dont on a besoin ici. Le premier paragraphe se réécrit donc ainsi :

Notre but est maintenant de démontrer le théorème qui suit. Rappelons que $\mathcal{D}(X)$ est une algèbre à idempotents, avec comme système d'idempotents les $\{\chi_U\}$, U ouvert compact. L'algèbre $\mathcal{C}^\infty(X)$ est elle une algèbre unitaire, d'unité χ_X. La notion de module non dégénéré définie dans le chapitre précédent pour les algèbres à idempotents s'étend aisément au cas d'une algèbre munie d'un système filtrant d'idempotents (*cf.* remarque 3, I.1.2). et $\mathcal{C}^\infty(X)$ admet aussi comme système filtrant d'idempotents les $\{\chi_U\}$, U ouvert compact. Dans ce qui suit, on considère les modules non dégénérés sur $\mathcal{C}^\infty(X)$ relativement à ce système filtrant d'idempotents.

p. 45, l. -18 : ... l'idempotent χ_U ... (et non χ_K).

p. 47 : Il y a un problème dans l'exemple 2, car $g \circ q$ n'est pas en général à support compact. Il faut modifier les choses de la manière suivante :

— 2. Si $q : X \to Y$ est une application continue entre deux espaces t.d., tout $\mathcal{D}(X)$-module non-dégénéré M devient un $\mathcal{D}(Y)$-module non dégénéré par

$$g \cdot m = (g \circ q)\chi_U \cdot m, \quad (g \in \mathcal{D}(Y)), \, (m \in M),$$

où χ_U est un idempotent de $\mathcal{D}(X)$ qui fixe m. On vérifie immédiatement que cette définition est indépendante du choix de χ_U et donne bien une structure de $\mathcal{D}(Y)$-module non dégénéré.

En fait q définit un morphisme d'algèbres, encore noté q :

$$q : \mathcal{D}(Y) \to \mathcal{C}^\infty(X), \quad g \mapsto g \circ q.$$

Ceci munit $\mathcal{D}(X)$ d'une structure de $\mathcal{D}(Y)$-bimodule non dégénéré de la manière suivante. Remarquons d'abord que les algèbres considérées sont commutatives, et qu'il n'y a pas lieu de distinguer module à droite et à gauche. Ensuite, si $f \in \mathcal{D}(X)$, soit U un ouvert compact de X tel que $\chi_U \cdot f = f$ et soit U_Y un ouvert compact de Y contenant le compact $q(U)$. On a alors $(\chi_{U_Y} \circ q)\chi_U = \chi_U(\chi_{U_Y} \circ q) = \chi_U$, d'où

$$\chi_{U_Y} \cdot f = (\chi_{U_Y} \circ q) \cdot f = (\chi_{U_Y} \circ q)\chi_U \cdot f = \chi_U \cdot f = f.$$

p. 48, l. 9 : remplacer $\mathcal{C}_X^\infty - \mathcal{M}od(Y)$ par $\mathcal{C}_Y^\infty - \mathcal{M}od(Y)$ et l. 11 remplacer $f^!$ et f^{-1} par $q^!$ et q^{-1}.

p. 49, l. 18 : deux faisceaux dans $\mathcal{C}_X^\infty - \mathcal{M}od(X)$ et $\mathcal{C}_Y^\infty - \mathcal{M}od(Y)$ respectivement.

p. 50 l. 13 : la définition de « séparable »est fantaisiste, ou du moins ce n'est pas la définition usuelle. Remettons à plat certaines notions topologiques. un espace topologique est dit :

1- à base dénombrable si sa topologie admet une base dénombrable,

2- à bases dénombrables de voisinages si tout point possède une base de voisinages dénombrable,

3- séparable s'il contient un sous-ensemble dense et au plus dénombrable.

4- dénombrable à l'infini s'il est réunion d'une suite dénombrable et croissante de parties compactes.

Il est clair que $1 \implies 2, 3$. Si G est un groupe topologique, alors pour avoir 2, il suffit que l'élément neutre admette une base dénombrables de voisinages. D'autre part, pour un groupe topologique, 2 et 3 impliquent 1.

Si G est un groupe topologique totalement discontinu séparable, alors il est dénombrable à l'infini. En effet, on prend un partie $\{g_i\}_I$ dénombrable et dense dans G, K un sous-groupe ouvert compact. Le groupe G est alors réunion dénombrable des parties compactes g_iK.

Certains résultats utilisent l'une des hypothèses ci-dessus sur G. Comme dans les exemples intéressants toutes ces propriétés sont satisfaites, il est inutile de chercher à donner les hypothèses minimales. Néanmoins, je vais essayer d'énoncer des résultats corrects.

Dans le lemme p. 50, la démonstration du fait que G/K est dénombrable est donnée sous l'hypothèse 1 ci-dessus (base dénombrable). On a vu que $1 \implies 3 \implies 4$ mais en fait, 4 suffit : supposons que G soit réunion dénombrable de parties compactes A_n, $n \in \mathbb{N}$. Du recouvrement de A_n par les ouverts gK, $g \in G$, on extrait un sous-recouvrement fini, et ainsi G est recouvert par une famille dénombrable $(g_iK)_i$, ce qui montre que G/K est au plus dénombrable.

p. 57, l. 6 : $[K_{x_i} : K]$ plutôt que $[K : K_{x_i}]$.

p. 58, l. 5 : $f * T$ et $T * f$ sont dans $\in \mathcal{C}^\infty(G)$ plutôt que $\mathcal{D}(G)$, en général. Si T est à support compact, alors . $f * T$ et $T * f$ sont dans $\in \mathcal{D}(G)$.

Prop. μ_G et ν_G sont respectivement des mesures de Haar à gauche et à droite.

(v) : on prend ici $T \in \mathcal{D}'(G)$.

l. -3 : $T \in \mathcal{E}'(G)$

p. 73 : Proposition (lemme de Schur). On suppose G dénombrable à l'infini, ce qui est moins fort que séparable cf. les considérations ci-dessus (p. 50).

Remarque en bas de page : Si V est admissible, on peut se passer de l'hypothèse dénombrable à l'infini, on suppose que l'identité admet une base dénombrable de voisinages.

p. 76, l. 12 : remplacer g par g^{-1} dans la formule :

$$(f^* * f)(e) = \int_G |f(g^{-1})|^2 \, d\mu_G(g),$$

p. 77, l. 17 : $V_i^K \neq \{0\}$ plutôt que $V_i^K \neq \emptyset$ et : « D'après le théorème III.1.5 »plutôt que « D'après la proposition III.1.5 ».

p. 81, théorème : échanger $\mathrm{Hom}(V, \bullet)_0$ et $\mathrm{Hom}(\bullet, V)_0$ dans les énoncés de (ii) et (iii).

D'autre part, la démonstration du théorème doit être modifiée. On y avait invoqué la proposition I.1.2, mais l'utilisation de celle-ci n'est pas justifiée, car il n'y a pas moyen d'assigner une structure de $\mathcal{H}(G)$-module à un espace de représentation (π, V), où V n'est pas lisse. Voici une nouvelle rédaction :
Démonstration. La démonstration de ces trois points est similaire, nous ne démontrerons donc que (iii). Tout d'abord, la catégorie des $\mathbb{C}$-espaces vectoriels étant semi-simple, tous les objets y sont projectifs, injectifs et plats. Le foncteur $\mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, \bullet)$ de la catégorie des $\mathbb{C}$-espaces vectoriels dans elle-même est donc exact. Soit

$$\{0\} \longrightarrow W_1 \xrightarrow{\phi} W_2 \xrightarrow{\psi} W_3 \longrightarrow \{0\} \tag{1}$$

une suite exacte dans $\mathcal{M}(G)$. On obtient donc une suite exacte de $\mathbb{C}$-espaces vectoriels

$$\{0\} \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_1) \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_2) \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_3) \longrightarrow \{0\},$$

ces espaces étant munis de représentations (non lisses) de G. Il est facile de voir que prendre la partie lisse préserve l'exactitude à gauche. On a donc une suite exacte de représentations lisses de G :

$$\{0\} \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_1)_0 \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_2)_0 \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_3)_0.$$

Etablissons la surjectivité de la dernière flèche. Soit $f \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_3)_0$: il existe un sous-groupe ouvert K de G tel que $k \cdot f = f$ pour tout $k \in K$, c'est-à-dire

$$k \cdot f(k^{-1} \cdot v) = v, \ (\forall k \in K, \forall v \in V).$$

Considérons la suite exacte (1) comme une suite exacte dans la catégorie $\mathcal{M}(K)$ des représentations lisses du groupe K. Cette catégorie est semi-simple (nous le démontrons ci-dessous), et la suite est donc scindée : il existe un opérateur d'entrelacement (pour les actions de K) $s : W_3 \to W_2$ tel que $\psi \circ s = \mathrm{Id}_{W_3}$. Posons $g = s \circ f \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_2)$. On a

$$(\forall k \in K, \forall v \in V), \quad (k \cdot g)(v) = k \cdot ((s \circ f)(k^{-1} \cdot v)) = s(k \cdot f(k^{-1} \cdot v)) = s \circ f(v) = g(v).$$

Ainsi $g \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_2)_0$ et vérifie $\psi \circ g = f$, ce qui montre l'assertion. On a bien une suite exacte de représentations lisses de G

$$\{0\} \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_1)_0 \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_2)_0 \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(V, W_3)_0 \longrightarrow \{0\},$$

ce qui établit l'exactitude du foncteur $\mathrm{Hom}(V, \bullet)$.

Il reste à établir que $\mathcal{M}(K)$ est une catégorie semi-simple. Soit $(\pi, V) \in \mathcal{M}(K)$, il suffit de montrer que V est somme de sous-modules simples, d'après le lemme A.VII. Soit $v \in V$, et soit K_1 un sous-groupe ouvert compact distingué de K fixant v. La sous-représentation V_v engendrée par v est de dimension finie car K/K_1 est fini, et complètement réductible comme représentation du groupe fini K/K_1, et donc comme représentation de K. Ainsi v est contenu dans une sous-représentation irréductible de K. $\square$

p. 85, l. -3 : « appliquant le foncteur Res_H^G au G-morphisme β. »(plutôt que α).

p. 87, l. 5 : « Si $S \in \mathcal{H}(H)$ »plutôt que « Si $S \in \mathcal{H}(G)$ ».

p. 92, lemme (ii) : Il faut remplacer $\mathcal{M}(N_2)$ dans l'énoncé par $\mathcal{M}(J)$ où J est le sous-groupe de H engendré par N_2 et H_1.

p. 93, l. -10 : $\langle T \cdot a_{t,K}, \psi \rangle$ plutôt que $\langle T \cdot a_{t,K}, \phi \rangle$.

p. 94, l. 12 : $\mathrm{Hom}_{\mathcal{H}(M)}(\mathcal{H}(M), V)_{\mathcal{H}(M)}$ plutôt que $\mathrm{Hom}_{\mathcal{H}(M)}(\mathcal{H}(V), N)_{\mathcal{H}(M)}$.

p. 104, Lemme : pour pouvoir appliquer le lemme de Schur, on doit supposer que G est dénombrable à l'infini.

p. 106 : ce qui est appelé ici degré formel est en fait son inverse, ce qui rend la remarque 2 fausse. On appelle $\kappa(\tau)$ le scalaire donné par le lemme de Schur, juste avant la proposition, et juste avant la remarque, on définit $d(\tau) = \kappa(\tau)^{-1}$.

p. 109, l. 10 et 11, lire : On a alors $e_\pi \cdot (W/W^f) \neq 0$ et donc $e_\pi \cdot W$ n'est pas inclus dans W^f.

p. 112, Remarques 2 : (π, V) irréductible, admissible et hermitienne. (Il manque l'hypothèse d'admissibilité).

p. 113, l. 7 : idem , il manque l'hypothèse d'admissibilité. Dans le corollaire en bas de page, pour pouvoir utiliser le lemme de Schur, on suppose que G admet une base dénombrable de voisinage de l'identité.

p. 115, l. 2 : enlever « lisse ».

p. 117, l. 13, lire :

$$(v_1 \otimes \lambda_1, \lambda_2 \otimes v_2)_0 = \lambda_1(v_2)\lambda_2(v_1).$$

(échange de v_1 et v_2 dans le membre de droite.

p. 120, l. 11 : $\mathbb{F}^\times$ plutôt que $\mathcal{F}^\times$.

p. 122, l. 10 : « le produit presque direct de $\mathbb{A}$ et $\mathbb{T}_{an}$ »plutôt que « $\mathbb{T}$ ».

p. 129, l. 6 : « Notons $(\mathfrak{a}_M^G)^*$ le noyau de la flèche verticale de droite »plutôt que « $\mathfrak{a}_M^G$ ».

p. 130, l. -3 : « la base de $\mathfrak{a}$ duale de $\Delta_\emptyset$, dont les éléments sont appelés les co-poids fondamentaux »plutôt que « $\Delta_\emptyset^\vee$ ».

p. 131, l. 4 :

$$\mathfrak{a}_G \subset \mathfrak{a}_L \subset \mathfrak{a}_M \subset \mathfrak{a}_\emptyset^\vee$$

idem l. 7 :

$$\mathfrak{a}_G^* \subset \mathfrak{a}_L^* \subset \mathfrak{a}_M^* \subset \mathfrak{a}_\emptyset^*$$

l. 9 « engendré par les $\check{\alpha} \in \Delta_\emptyset^\vee$ »plutôt que « $\check{\alpha}$, $\alpha \in \Delta_\emptyset$ ».

p. 134, l. -13 : On a comme ci-dessus

$$\mathfrak{a}_\mathbb{C} = X_*(A) \otimes_\mathbb{Z} \mathbb{C} = \Lambda(M) \otimes_\mathbb{Z} \mathbb{C} = X_*(M) \otimes_\mathbb{Z} \mathbb{C}$$

$(\mathfrak{a}_\mathbb{C})$ plutôt que $\mathfrak{a}_\mathbb{C}^*$.

p. 136, l. -10 : $S_L^{++} = C_{A_L}^{++}/C_{A_G}$ plutôt que $S_L = C_{A_L}^{++}/C_{A_G}$.

p. 142, Théorème V.5.1 (3) : remplacer K par K_0 dans l'égalité :

$$K_0 \cap P = (K_0 \cap M)(K_0 \cap N).$$

p. 142, l. -7 : $\bar{N} = \bigcup_n m^n K_{\bar{N}} m^{-n}$ plutôt que $\bar{N} = \bigcup_n m K_{\bar{N}} m^{-n}$

p. 147, l. -15 : d'autre part $v_0 - v$ est orthogonal à v_0 plutôt que $v - 0 - v$.

p. 147, l. -5,-3 : Or, une telle partie $F(\mu)$ de $\{1, \ldots, l\}$ détermine un unique sous-groupe parabolique standard $Q = LU$ de G contenant P tel que $\Delta(Q)$ soit la restriction à $\mathfrak{a}_L$ des racines α_i avec i dans $\{1, \ldots, l\} \setminus F(\mu)$.

p. 156 : En VI.1.4, juste avant le lemme et dans le lemme, il faut supposer les deux paraboliques P et Q semi-standard.

p. 159, l. 15 : « v et λ sont fixés par K »plutôt que « $\pi(f) \cdot v$ et λ sont fixés par K ».

p. 164 : dans la démonstration de la proposition VI.3.2, il faut remplacer (3 fois) σ^γ par $\sigma^{\gamma^{-1}}$.

p. 165, l.2 : dans la formule, la somme est indexée par $\sigma \in \mathbf{Irr}({}^0G)$ et non par $\sigma \in \mathbf{Irr}({}^0G)_c$.

p. 165, l.12 : permuter les indices 1 et 2 :

$$g \cdot f := \pi_2(g) \circ f \circ \pi_1(g)^{-1}, \quad (f \in \mathrm{Hom}_{{}^0G}(V_1, V_2)),\ (g \in G).$$

p. 167 : dans l'énoncé du théorème VI.3.4 , enlever « admissibles »

p. 168 : idem pour le théorème VI.3.5

p. 168, l. -2 : « tous les sous-quotients non triviaux »plutôt que « tous les sous-quotients ».

p. 169, l. -2 $\mathcal{M}(G)_{[\tau]}$ plutôt que $\mathcal{M}(G)_{\tau}$. De plus, rien n'assure que (π, V) soit de longueur finie. Ce n'est pas grave car ça ne sert pas. On enlève donc « et la longueur de (π, V) est alors finie »et à la ligne suivante on enlève aussi « de longueur finie »pour les restriction à ${}^0G$. Dans la suite de la démonstration, seule la semisimplicité est utilisée.

p. 170 : rajouter « petit »dans l'énoncé de la proposition.

Proposition. *La représentation* Π *est un petit progénérateur de* $\mathcal{M}(G)_{[\pi]}$.

p. 171, l. -3 : remplacer « produit »par « somme directe ». somme directe

p. 178, l. -1 : remplacer χ dans la formule par χ^{-1}.

$$\phi \in \mathrm{Hom}_{H_1}(\rho_{H_1}, \rho_1 \otimes \chi^{-1}).$$

p. 187, l. -12 à -9 : remplacer $i_{Q'}^G$ par $i_{Q'}^L$ dans les formules (2 fois) et remplacer Φ par Φ_Z :

d'où,

$$\Phi_Z = i_{Q'}^L \circ \iota \circ r_{P'}^M = i_{Q'}^L \circ \iota \circ \iota^{-1} \circ r_{Q''}^{\hat{M}} \circ \iota = i_{Q'}^L \circ r_{Q''}^{\hat{M}} \circ \iota.$$

Posons $\hat{Z} = \hat{P}Q \in \hat{P}\backslash G/Q$ et définissons le foncteur $\Phi_{\hat{Z}} = i_{Q'}^L \circ r_{Q''}^{\hat{M}} : \mathcal{M}(M) \to \mathcal{M}(L)$. On a alors

$$\Phi_Z = \Phi_{\hat{Z}} \circ \iota.$$

p. 187, l. -6,-5 et -2 : remplacer ι^{-1} par ι : « appelons encore ι le foncteur d'image inverse ».

p. 188, l. -5 : remplacer $(\hat{L} \cap Q)$ à la ffin de la formule par $(\hat{N} \cap U)$:

$$\hat{P} \cap Q = (\hat{M} \cap L)(\hat{N} \cap L)(\hat{M} \cap U)(\hat{N} \cap U).$$

p. 190, l. 2 : remplacer $\delta_{\hat{N}\cap Q}^{-1/2}$ par $\delta_{\hat{N}\cap Q}^{-1/2}(l)$: $\epsilon_1(l)\delta_{\hat{N}\cap Q}^{-1/2}(l)\sigma(l)$

p. 190, l. -3 : remplacer $\delta_{\hat{N}\cap U}^{-1/2}$ par $\delta_{\hat{N}\cap U}^{1/2}$: $\delta_{\hat{P}\cap U}^{1/2} = \delta_{\hat{M}\cap U}^{1/2}\delta_{\hat{N}\cap U}^{1/2}$

p. 191, l. -8 : remplacer $\mathcal{D}(H, H \cap N, \delta_{H\cap N\backslash N})$ par $\mathcal{D}(N, H \cap N, \delta_{H\cap N\backslash N})$:

$$\overline{(r(j) \cdot f)_{|N}} \in \mathcal{D}(N, H \cap N, \delta_{H\cap N\backslash N} = 1).$$

p. 193, l. -11 : remplacer K par K_0 :

et si $nx = hxk$, avec $h \in H$, $k \in K_0$, on a

p. 193, l. -10 : remplacer k par k^{-1} :

$$h = nxk^{-1}x^{-1} \in (xK_0x^{-1})N \cap H \subset (xKx^{-1} \cap H)(N \cap H)$$

p. 195, l. 13 : il manque le facteur $\mathrm{Vol}(N_0 \cap H)$ à la dernière ligne de l'équation.

p. 196, l. 9 : dans le diagramme, remplacer $\mathcal{C}^\infty_{Z,Q}$ par $\mathcal{C}^\infty_{Z,Q} - \mathcal{M}od$.

p. 197, l. 3 à 6 : remplacer M' par L' (4 fois) :
est trivial sur $L' = \hat{M} \cap L$. On peut supposer, en se ramenant à ce cas par conjugaison, que les sous-groupes paraboliques P et Q sont standards. Ecrivons la décomposition de Cartan de L' sous la forme $L' = K'_0 A_\emptyset K'_0$. Comme le caractère ϵ à valeur dans $\mathbb{R}^*_+$ est trivial sur les sous-groupes compacts de L', donc sur K'_0, il suffit de vérifier que ϵ est trivial sur $A_\emptyset$.

p. 197, l. 14 : remplacer $\hat{\mathcal{U}}$ par $\mathcal{U}$:

$$\hat{\mathcal{N}} \setminus (\hat{\mathcal{N}} \cap \mathcal{Q}) = \hat{\mathcal{N}} \cap (\Sigma_\emptyset \setminus \mathcal{Q}) = \hat{\mathcal{N}} \cap (-\mathcal{U})$$
$$\mathcal{U} \setminus (\mathcal{U} \cap \hat{\mathcal{P}}) = \mathcal{U} \cap (\Sigma_\emptyset \setminus \hat{\mathcal{P}}) = \mathcal{U} \cap (-\hat{\mathcal{N}}),$$

p. 197, l. -13 : remplacer G par M : Soit (σ, E) une représentation lisse de M.

p. 198, lemme : il faut enlever l'hypothèse d'admissibilité et modifier la démonstration :

Lemme. *Soit $P = MN$ un sous-groupe parabolique propre de G et soit (ρ, W) une représentation lisse de M. Posons $(\pi, V) = i_P^G(\rho, W)$. Alors aucun sous-quotient irréductible de (π, V) n'est supercuspidal.*

Démonstration. (rédaction sugérée par Naoki Imai) Soit π_{sc} la partie supercuspidale de π dans la décomposition du théorème VI.3.5. On a

$$\mathrm{Hom}_G(\pi_{sc}, \pi) = \mathrm{Hom}_M(r_P^G(\pi_{sc}), \rho) = 0$$

et ceci implique que π_{sc} est nulle. □

p. 200, l. -11 à -4 : il faut remplacer Q et L par P' et M'
Montrons $(i) \Rightarrow (ii)$. D'après l'adjonction des foncteurs $i_{P'}^G$ et $r_{P'}^G$, on a :

$$\text{(VI.5.4.1)} \qquad \mathrm{Hom}_G(\pi, \pi') \simeq \mathrm{Hom}_{M'}(r_{P'}^G i_P^G \rho, \rho').$$

Or d'après la proposition VI.5.3 (iii), ρ' est un facteur de composition de $r_{P'}^G i_P^G \rho$. D'après le lemme VI.3.6, ρ' apparaît comme quotient de $r_{P'}^G i_P^G \rho$ et donc (VI.5.4.1) est non nul.

De plus (VI.5.4.1) montre que l'on a aussi, toujours en utilisant la proposition VI.5.3 (iii)

$$\dim \mathrm{Hom}_G(\pi, \pi') = \dim \mathrm{Hom}_{M'}(r_{P'}^G i_P^G \rho, \rho') \leq |W_M \backslash W(\rho, \rho')|,$$

ce qui prouve la dernière assertion du théorème.

p. 201, l. 13 : remplacer M par M' :

$$\mathrm{Hom}_G(\pi_0, \pi') = \mathrm{Hom}_{M'}(r_{P'}^G \pi_0, \rho') = \{0\}$$

p. 201, l. 21 : remplacer G par S :
$i_P^G = i_T^G \circ i_{P\cap S}^S$,

p. 211, l. 8 : remplacer $r_Q^G(\sigma, E)$ par $r_P^G(\sigma, E)$.

p. 211, Proposition : la condition (iii) n'est évidement pas équivalente aux autres, elle est conséquence évidente de (iv). A la fin de la démonstration p. 212 dernière ligne, on remplace (iii) par (iv).

p. 214, l. -11 : remplacer « un système de représentants des classes de conjugaisons de sous-groupes de Levi de G »par « les sous-groupes de Levi standard de G ».

p. 215 : il faut modifier la démonstration du théorème VI.7.5, la remarque de bas de page étant inexacte. En effet, lorsqu'on applique le foncteur R à $i_P^G(\rho, W)$, d'après la proposition VI.5.3, il reste les contributions de tous les paraboliques standard conjugués à P (on suppose dès le départ, comme c'est loisible, que P est standard). Soit $Q = LU$ un tel parabolique standard. Alors, d'après cette même proposition, $r_Q^G \circ i_P^G(\rho, W)$ admet une filtration dont les quotients successifs sont les ${}^w(\rho, W)$, $w \in W(L, M)/W_L$, qui sont de type fini, donc noethériens. On conclut de la même manière par le fait que le foncteur R est fidèle et n'annule aucun de ces quotients.

p. 221, l. -6 : enlever le premier « si »de la phrase :
D'après le théorème II.1.5, on voit que $i_P^G(\rho\otimes\psi)$ est irréductible si et seulement si pour tout sous-groupe ouvert compact K de G suffisamment petit, V_ψ^K est un $\mathcal{H}(G, K)$-module irréductible.

p. 221, dernier paragraphe : il y a un problème avec l'argument tel qu'il est donné ici, ceci m'a été signalé par Paul Boisseau. On invoque le théorème III.1.5, qui lui-même repose sur la proposition I.3.2. Pour pouvoir déduire l'irréductibilité de $i_P^G(\rho \otimes \psi)$ de l'irréductibilité de $i_P^G(\rho \otimes \psi)^K$ comme $\mathcal{H}(G, K)$-module, il faut s'assurer tous les sous-quotients irréductibles de $i_P^G(\rho\otimes\psi)$ ont des vecteurs non nuls fixés par K. Pour ψ fixé, c'est évident, mais il faut que K vérifie cette propriété pour tous les ψ pour pouvoir appliquer l'argument. On peut bien sûr supposer que M est un Levi standard de G. On remarque que tous les sous-quotients irréductibles des $i_P^G(\rho\otimes\psi)$ ont même support d'inertie (déterminé par celui de ρ), disons $\Omega = [L, (\sigma, E))]_G$, avec L Levi standard de M (et donc de G). Il suffit donc de montrer qu'il existe un sous-groupe ouvert compact K de G tel que toutes les représentations irréductibles (τ, W) de support d'inertie Ω vérifient $W^K \neq \{0\}$. Soit (τ, W) une représentation irréductible de G de support d'inertie Ω. Soit Q le sous-groupe parabolique standard de G de facteur de Levi L. D'après la proposition VI.7.2, ou plutôt sa démonstration, $r_Q^G(\tau, W)$ admet un sous-quotient irréductible dans une classe d'inertie $[L, (\sigma', E')]_L$ avec $[L, (\sigma', E)]_G = [L, (\sigma, E)]_G$. Soit K un sous-groupe ouvert compact admettant une décomposition d'Iwahori selon les sous-groupes paraboliques standard et tel que $(E')^{K_L} \neq \{0\}$ pour (σ', E') décrivant un ensemble (fini) de représentants des classes d'inertie $[L, (\sigma', E')]_L$ avec $[L, (\sigma', E)]_G = [L, (\sigma, E)]_G$. De plus $(E')^{K_L}$ ne dépend pas du choix représentant σ' dans sa classe d'inertie. Ainsi, pour un tel K, $(r_Q^G(\tau, W))^{K_L} \neq \{0\}$. On déduit du lemme de Jacquet (Thm. VI.6.1) que $W^K \neq \{0\}$. On fixe un tel sous-groupe ouvert compact K et l'on peut alors continuer la démonstration.

Je remercie Raphaël Beuzart pour cette démonstration.

p. 222, l. -6 : enlever le second « =1 »de la phrase :

On obtient $|\psi^{-1}\chi| = 1$ sur A, donc $|\psi^{-1}\chi|$ se factorise en un caractère

p. 227, l. 3 : remplacer $\mathbb{Z}$ par $\mathbb{N}$: on a pour tout n dans $\mathbb{N}$,

p. 228, l. 7 : remplacer V par W (2 fois)

$$V_{\Pi_1} \simeq \mathrm{ind_0}_L^L(\mathrm{Triv}) \otimes W \simeq F \otimes W = W_F,$$

p. 229, l. 12 : remplacer $\mathcal{B}$ par $\mathcal{B}_0$.

p. 229, bas de page : remplacer les produits directs par des sommes directes :

la représentation (ρ, W) est quotient de deux représentations qui sont des sommes directes de représentations isomorphes à (Π_1, V_1), c'est-à-dire que l'on a une suite exacte de la forme

$$\bigoplus_\alpha V_1 \to \bigoplus_\beta V_1 \to W \to 0.$$

Comme les foncteurs i_Q^G et j_K sont exacts et préservent les produits (corollaireVI.1.2), on obtient une suite exacte

$$\bigoplus_\alpha (i_Q^G V_1)^K \to \bigoplus_\beta (i_Q^G V_1)^K \to (i_Q^G W)^K \to 0.$$

Comme A^b est stable sur $(i_Q^G V_1)^K$, l'endomorphisme induit par $a_{t^b,K}$ sur $(\bigoplus_\alpha i_Q^G V_1)^K$ est stable (idem pour la seconde somme)

p. 231, l. -12 : dans l'énoncé du théorème, remplacer M par G.

p. 232, l. -15 et -11 : remplacer $\tilde{v}$ par $\tilde{V}$:$\lambda \in \tilde{V}$.

p. 233, l. 9 : remplacer $\tilde{V}_{\bar{N}}$ par $\tilde{V}_{\bar{N}}^{K_M}$: ... l'isomorphisme de $\tilde{V}_{\bar{N}}^{K_M}$ sur $\tilde{V}_*^K$...

p. 237, dans le lemme en bas de page, rajouter que P' est le parabolique standard de Levi M'.

p. 243, dans le lemme, il faut supposer que l'anneau A est commutatif pour obtenir un morphisme $Q_0 = M/M_1 \to M_1$ dans $\mathcal{C}$.

Dans la suite l. -15 et -11, il faut donc remplacer l'anneau $\mathcal{R}_D$ par son centre $\mathcal{Z}_D$.

Pour que la conclusion voulue soit claire, on comlète le paragraphe après le lemme p. 242 de la manière suivante :

On a donc

$$\mathfrak{Z}_\Omega \subset \mathfrak{Z}_D^{W(D)}.$$

En particulier

$$\mathfrak{Z}_\Omega = \mathcal{C}_{\mathfrak{Z}_D}(\mathcal{R}_\Omega)$$

où $\mathcal{C}_{\mathfrak{Z}_D}(\mathcal{R}_\Omega) = \{r \in \mathfrak{Z}_D \,|\, ar = ra \ (\forall a \in \mathcal{R}_\Omega)\}$ est définie grâce à la structure de $\mathfrak{Z}_D$-bimodule de $\mathcal{R}_\Omega$.

p. 244, l. 9 remplacer $\omega(G)$ par $\Omega(G)$.

p. 245, l. -1 : remplacer la référence au théorème I.3.1 par le théorème I.3.2.

p. 246, l. -9 : remplacer L par M (deux fois) :
Soit $\mathfrak{s} = [M,(\sigma,E)]_G \in \mathcal{B}(G)$. Montrons que $\mathfrak{s} \in \mathcal{B}(G)_K$ si et seulement si $\mathfrak{t} = [M,\sigma]_M \in \mathcal{B}(M)_{K_M}$. Supposons $\mathfrak{t} = [M,\sigma]_M \in \mathcal{B}(M)_{K_M}$,

p. 255, l. 15 : remplacer $S_M(N)$ par $S_M(n)$.

p. 257, l. -1 : il faut supposer que Q décrit les sous-groupes paraboliques standard propres de G (ajouter « propre »).

p. 260, démonstration du corollaire VII.1.3 : il n'est pas clair qu'invoquer le théorème VI.9.6.2 montre bien que la restriction à $\mathcal{M}(G)_\Omega$ du foncteur r_D est fidèle, la situation est compliquée par des dualités qu'il n'est pas évident d'éliminer. On remplace ceci par la rédaction suivante suggérée par Noaki Imai :
Montrons que la restriction à $\mathcal{M}(G)_\Omega$ du foncteur r_D est fidèle. D'après le lemme A.VIII.1, il suffit de montrer que si $\pi \in \mathcal{M}(G)_\Omega$, alors $r_D(\pi) \neq 0$. On peut supposer π irréductible grâce à l'exactitude de r_D. Alors d'après (i), π s'écrit $\pi = i_P^G(\rho)$ avec $\rho \in D$, ou bien $\pi = i_{P'}^G(\rho')$ avec $\rho' \in D'$. Dans les deux cas, la proposition VI.5.3 donne $r_D(\pi)$ non nul.

p. 265, l. -5 et -4 : remplacer $r^G_{M_2 \cap w^{-1}\cdot P_1}$ par $r^{M_2}_{M_2 \cap w^{-1}\cdot P_1}$.

p. 267, l. -10 et -6 : lire :
Tous les sous-espaces de $i_P^G(W)$ définis ci-dessus sont stables sous l'action de Q. Notons

$$F_{PQ}^{\preceq \bar{w}}(W), F_{PQ}^{\prec \bar{w}}(W), F_{PQ}^{\leq \bar{w}}(W), F_{PQ}^{< \bar{w}}(W),$$

les images respectives de

$$\widetilde{F}_{PQ}^{\preceq \bar{w}}(W), \widetilde{F}_{PQ}^{\prec \bar{w}}(W), \widetilde{F}_{PQ}^{\leq \bar{w}}(W), \widetilde{F}_{PQ}^{< \bar{w}}(W)$$

dans $r_Q^G i_P^G(W)$.
Les foncteurs $F_{PQ}^{\preceq \bar{w}}, F_{PQ}^{\prec \bar{w}}, F_{PQ}^{\leq \bar{w}}, F_{PQ}^{< \bar{w}}$ sont des sous-foncteurs de $r_Q^G \circ i_P^G$, ...

p. 275, l. -10 : remplacer f par $\tilde{f}$: $\tilde{f}(\mathbf{1}_G) \in \widetilde{F}^{<1}_{(P_1\cap L)(P_2\cap L)}(E)$

p. 277, l. -10 : remplacer $\langle \mu, \alpha_i \rangle$ par $\langle \mu, \beta_i \rangle$:

$$\langle \mu, \beta_i - w\cdot\beta_i \rangle = \langle \mu, \beta_i - s_{\alpha_j}\cdot\beta_i \rangle = \begin{cases} 2\langle \mu, \beta_i \rangle \text{ si } i = j \\ 0 \text{ si } i \neq j \end{cases} .$$

p. 277, l. -1 : remplacer α_i par β_i :

$$\langle w'^{-1}\cdot\mu, \beta_i \rangle = \langle \mu, w'\cdot\beta_i \rangle.$$

p. 279, l. 4 : dans le théorème (i) remplacer $i_P^G(\sigma, E)$ par $i_P^G(\sigma \otimes \psi, E)$:

(i) Soit $(P = MN, (\sigma, E), \psi)$ un triplet de Langlands. Alors la représentation $i_P^G(\sigma \otimes \psi, E)$ admet un unique quotient irréductible. On le note $J(P, \sigma, \psi)$.

p. 279, l. -8 : ajouter le mot « irréductible » :

(π, V) est caractérisé en tant que sous-quotient irréductible

p. 280, l. -14 : remplacer P par P_1 : $\lambda + \Re(\psi) = \lambda + \mu^+ + \mu_G \in \Re(\mathrm{Exp}(A_M, r_{\bar{P}_1}^G(V)))$

p. 280, l. -1 : remplacer P et M par Q et L : De plus, $\Re(\psi) = \mu^+ + \mu_G \in {}_Q^G[\mathfrak{a}_L^*]^+$.

p. 282, l. 2 et 4 : il manque des adhérences

p. 282, l. -12 : il manque les indices aux μ :

$$\langle \mu_1, w \cdot \alpha \rangle = \langle w^{-1} \cdot \mu_1, \alpha \rangle = \langle \mu_2, \alpha \rangle > 0.$$

p. 294, l. -11 : remplacer ϖ_X^{-1} par ϖ_X : $j = \varpi_X(\mathrm{Id}_X)$.

p. 295, l. 6 : remplacer h_ϖ par ϖ : nous pouvons factoriser par ϖ : $\theta_y = \varpi \circ h_\phi$.

p. 298, l. 6 : remplacer limilte par colimite :

Alors la limite inductive (ou limite directe) du système des (A_i, f_{ij}) est la colimite de D.

p. 301, l. 6 : remplacer B-morphisme par A-morphisme :

Si $f : A \otimes_B X \to Y$ est un A-morphisme, posons

p. 301, l. -13 : il manque des parenthèses :

$$\theta_{X,Y}(\sigma_{X,Y}(g))(x) = (\sigma_{X,Y}(g))(1 \otimes x) = g(x).$$

p. 308, l. 14 : remplacer « fidèle »par « exact » :

car F étant exact, il préserve épimorphismes et monomorphismes.

p. 309, l. 2 : remplacer X par P :

si le foncteur $\mathrm{Hom}_{\mathcal{A}}(P, \bullet)$ préserve les sommes directes.

p. 310, l. 11 : remplacer M_S par E_S :

on note E_S la somme de tous les sous-objets de E qui sont dans $\mathcal{M}_S$.

p. 314, dans le théorème, il faut supposer que M est en outre un $\mathbb{C}$-espace vectoriel, car A n'a pas d'unité.

p. 315, l.11 : enlever « soit diviseur de zéro à droite, et donc », ce qui rend l'assertion fausse. Lire simplement :

d'après le théorème d'Amitsur B.I et sa démonstration, il existe $\lambda \in \mathbb{C}^\times$ tel que $a - \lambda \mathbf{1_A}$ non inversible à gauche.

p. 317-318 : dans la démonstration du théorème, il faut remplacer un certaines inégalités larges par des inégalités strictes et réciproquement.
p. 317, l. 7 de la démonstration : remplacer $2-2^{1-l}>1$, par $2-2^{1-l}\geq 1$.
p. 318, l. 6 : Supposons donc par l'absurde que $\phi_l(k)>f_l(k)$ (plutôt que $\phi_l(k)\geq f_l(k)$).
et ça se propage :
p. 318, l. 9 : $f_l(k)\leq\phi_l(k)<\phi_l(\lfloor k-\phi_l(k)/k\rfloor)+\phi_{l-1}(k)$,
p. 318, l. 12 : Comme on a supposé $\phi_l(k)>f_l(k)$, $k-\phi_l(k)/k>k-f_l(k)/k$
p. 318, l. 14 : $f_l(k)<f_l(k-\phi_l(k)/k)+f_{l-1}(k)\leq f_l(k-f_l(k)/k)+f_{l-1}(k)$
puis la fin de la démonstration :

Montrons que ceci mène à une contradiction. Posons $\epsilon=1-l$. L'inégalité ci-dessus est

$$k^{2-2^\epsilon}<\left(k-\frac{k^{2-2^\epsilon}}{k}\right)^{2-2^\epsilon}+k^{2-2^{\epsilon+1}},$$

où encore

$$1<\left(1-k^{-2^\epsilon}\right)^{2-2^\epsilon}+k^{2^\epsilon-2^{\epsilon+1}}\leq\left(1-k^{-2^\epsilon}\right)+k^{-2^\epsilon}.$$

On obtient

$$1-k^{-2^\epsilon}<\left(1-k^{-2^\epsilon}\right)^{2-2^\epsilon},$$

ce qui est impossible car $0<1-k^{-2^\epsilon}<1$ et $2-2^\epsilon\geq 1$. □

p. 320, l. -7 : remplacer l'un des : $ker f_C$ par $\mathrm{Im}\, f_C$:
On obtient $\psi(b_*)=c_0\in\ker f_C\cap\mathrm{Im}\, f_C=\{0\}$, et donc $b_*\in\ker\psi$.

p. 321, l. 4 : remplacer l'indice $k+1$ par $k+2$:
d'image $N_k+t(N_{k+2})/N_k=N_k+(\mathrm{Im}\, t\cap N_{k+1})/N_k$.

p. 322, l. -4 : il manque des parenthèses : $A_j(\underline{n})=\prod_{i=1}^d\left(z_k^{(j)}(\mathrm{Id}+N_k^{(j)})\right)^{n_i}$.