

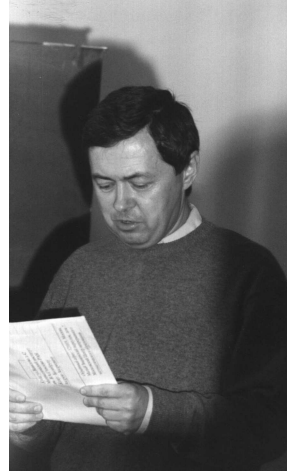
Andreï Bolibroukh, un mathématicien, un ami

Claude Mitschi & Claude Sabbah

Andreï Bolibroukh est décédé le 11 novembre 2003 à l'hôpital de la Pitié-Salpêtrière à Paris. Il avait 53 ans. Nous voulons évoquer ici sa personnalité et ses travaux, en mettant l'accent sur ses rapports avec la France, où il passait plusieurs mois par an depuis près de dix ans.

Le nom

Plusieurs translittérations du nom Болібрух existent : Bolibrukh pour les anglophones, Bolibruch pour les germanophones et Bolibroukh pour les francophones. C'est cette dernière que nous utiliserons dans la suite.



L'ami

Il n'est pas possible d'évoquer la mémoire d'Andreï sans d'abord présenter sa personnalité chaleureuse, riche, ouverte. Pour nombre de ses collègues, il était avant tout un ami. Aussi commencerons-nous par quelques témoignages.

Gentillesse et disponibilité sont des traits essentiels de son caractère ; toujours attentif aux recherches de ses interlocuteurs et prêt à en discuter ; ainsi se le remémorent Werner Balsler (Ulm), Antoine Douai, Philippe Maisonobe et Michel Merle (Nice), Hélène Esnault (Essen), Alexeï Glutsyuk (Lyon), Marta Mazzocco (Cambridge), Sergeï Slavyanov (St-Petersbourg) et bien d'autres.

CS : Andreï avait sa manière bien à lui d'établir un contact. Je frappe à la porte de son bureau, « *Entrez, je vous prie!* », j'ouvre : « *Claude, tu sais, j'ai démontré...* » ou bien « *Claude, il faut terminer le rapport...* » ou aussi « *Claude, je suis très content de Stéphane...* ». L'interlocuteur, directement interpellé par son prénom, est d'emblée mis à l'aise, les distances sont abolies, l'échange peut avoir lieu sans complexes. Ceci me permettait aussi de sourire intérieurement de ses petites fautes de français, une langue qu'il avait appris très rapidement à maîtriser et qu'il maniait avec une grande dextérité ; mais il remplaçait « *c'est pourquoi* » par « *c'est parce que* », renversant ainsi à son insu le sens de l'implication.

CM : Cette attention aux autres, Andreï l'annonçait d'entrée de jeu : au téléphone, même à l'hôpital un jour difficile, il décrochait avec un courtois et inimitable « *Je vous écoute!* ». Il ne laissait pas la conversation s'attarder sur sa personne, et son optimisme résolu évacuait rapidement les questions touchant à sa santé. Il préférait alors parler de ce qui se partage : les projets mathématiques, l'avenir de nos jeunes, un nouveau théorème...

L'un de ses anciens étudiants en thèse, Stéphane Malek, parle de « *la grande disponibilité et la grande générosité d'Andreï à l'égard de ses étudiants de thèse*

aussi bien à Moscou qu'en France, bien qu'occupant de hautes responsabilités à l'Institut Steklov », et se souvient de la précision avec laquelle il organisait jusque dans les moindres détails ses voyages à Moscou.

CM : En dehors de ses heures de cours, Andreï était d'une disponibilité rare, toujours prêt à interrompre son travail pour vous recevoir. Il avait sa façon bien à lui de répéter : « *Je comprends... j'ai compris...* » et de vous encourager. Sa patience et sa gentillesse incitaient chacun, collègue ou étudiant, à frapper à sa porte.

« *On pourrait caractériser la personnalité d'Andreï par un ensemble de mots commençant (en russe, évidemment) par le préfixe « bon » : c'était une personne bienveillante, de bonne foi et aussi très soigneuse. Il était toujours scrupuleusement responsable* » (Vladimir Roubtsov, Angers).

Cette ouverture et ce sens des responsabilités ne concernaient pas seulement le domaine mathématique, ou plus généralement universitaire.

« *Ce qui marquait chez Andreï : un contact chaleureux qui engageait tout de suite à la conversation. On parlait maths facilement, mais de tout autre chose aussi. Il passait facilement du travail à la détente et vice-versa. L'un des très bons moments dont je me souviens est une pause que nous avons faite en allant visiter le château de Brissac ; il y avait là, exceptionnellement, un stand de tir à l'arc et nous avons passé un grand moment à tirer à l'arc puis nous sommes rentrés travailler...* » (Michèle Loday, Angers).

« *Il était quelqu'un avec qui l'on pouvait parler de toute chose — politique, vie quotidienne, l'avenir du monde ou mathématiques — avec légèreté. Car il était à la fois intelligent, doté de bon sens, d'humour et d'une éthique très humaine. À chacune de mes rencontres avec lui, il avait des choses intéressantes à raconter. L'entretien avec lui était toujours agréable. Il pouvait comprendre les gens et leurs rapports (pas toujours faciles) avec bienveillance, comprendre la vie et ses situations parfois difficiles* » (Vladimir Kostov, Nice).

« *I first met Andrey Bolibrukh in 1995 in Groningen, The Netherlands, in a conference devoted to the Stokes phenomenon, although of course I had heard his name long before. That meeting was the beginning of our friendship and scientific collaboration which both have lasted up to Andrey's death. I consider myself exceptionally fortunate for having had this fantastic opportunity to work with a person of such calibre as Andrey Bolibrukh. Indeed, our collaboration had an enormous impact on all my mathematical views and priorities. [...]* It is of course very subjective, but to me Andrey has always been one of the representatives of that extremely rare type of an exceptionally well educated and simultaneously very kind, gentle, and considerate person. In Russia, we used to attribute these qualities to the "old Russian intelligentsia". There are still people of this type, but mostly among older generations. It is almost impossible to find them already among our generation (of those who were born some thirty odd years after 1917). Andrey Bolibrukh was one of these exceptional cases » (Alexander Its, Indiana University).

Epreuve C
date : 5/3/2018

Le problème de Riemann-Hilbert

C'est en donnant une réponse négative au problème de Riemann-Hilbert (R-H), longtemps considéré comme résolu par Plemelj en 1908, qu'Andreï s'est fait connaître de la communauté mathématique internationale.

Le 21^e problème de Hilbert pose la question de savoir si toute famille M_1, \dots, M_p de matrices complexes inversibles de taille d peut être réalisée comme la représentation de monodromie d'un système différentiel du type de Fuchs portant sur un vecteur inconnu $v(z)$ de taille d , c'est-à-dire de la forme

$$(F) \quad v'(z) = \left(\frac{A_1}{z - a_1} + \dots + \frac{A_p}{z - a_p} \right) \cdot v,$$

pour certains nombres complexes deux à deux distincts a_1, \dots, a_p — que l'on appelle *points singuliers du système* — et certaines matrices complexes A_1, \dots, A_p de taille d , à déterminer. Les solutions $v(z)$ sont en général holomorphes multiformes sur $\mathbb{C} \setminus \{a_1, \dots, a_p\}$ et, si $u_j(z)$ est une détermination locale de v près d'un point singulier a_j , les autres déterminations locales s'obtiennent par les formules $M_j u_j(z), M_j^2 u_j(z), \dots$. Par exemple,

– si α est un nombre complexe, s'il y a un seul point singulier $a_1 = 0$ et si $d = 1$, la matrice $M_1 = \exp 2i\pi\alpha$ est la monodromie de l'équation $v'(z) = (\alpha/z)v(z)$, de solution z^α ;

– toujours avec un seul point singulier mais $d = 2$, la matrice $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2i\pi & 1 \end{pmatrix}$ est la monodromie à l'origine du système donné par $A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Dans ce problème, il convient de considérer le point à l'infini comme un point singulier possible, et de lui attribuer la matrice $M_\infty = (M_1 \cdots M_p)^{-1}$.

Revenons un peu sur l'histoire de ce problème, qui est amplement détaillée dans le livre [22].

L'énoncé de Hilbert « *zu zeigen, daß es stets eine lineare Differentialgleichung des Fuchsschen Klasse mit gegebenen singulären Stellen und einer gegebenen Monodromiegruppe gibt* » reprenait, mais en précisant une localisation des singularités, un problème plus ancien de Riemann (vers 1850) qui demandait de reconstruire une équation différentielle fuchsienne à partir de son groupe de monodromie.

Or l'argument invoqué par Plemelj est insuffisant. En 1954 Gantmacher trouve bien un contre-exemple à un résultat de Birkhoff de 1913 (qui reprenait et « clarifiait » la solution de Plemelj) mais n'en tire aucune conséquence. C'est en 1978-79 seulement, à Paris dans le cadre du séminaire « Mathématique et Physique » de l'ENS (exposés publiés en 1983 [21]) qu'Armando Treibich corrige le résultat de Plemelj, en montrant que celui-ci tient la route à condition de supposer l'une des matrices de monodromie $M_1, \dots, M_p, M_\infty$ diagonalisable. En 1988, Arnold et Ilyashenko apportent à leur tour des éclaircissements.

Epreuve C-2019
date : 5/3/2019

Par ailleurs, en 1934, Lappo-Danilevskii avait donné une solution du problème lorsque toutes les matrices M_j sont proches de l'identité. D'autres mathématiciens ont aussi donné leurs démonstrations, qui concernent en général le problème posé pour les singularités régulières plutôt que fuchsien.

En 1989, Andreï met fin aux incertitudes en apportant des contre-exemples : une représentation de dimension 4 (pour trois singularités données) ne pouvant être réalisée par aucun système différentiel linéaire fuchsien d'ordre 3, ou encore un système d'ordre 3 admettant cinq singularités régulières dont une non fuchsienne, et dont la représentation de monodromie ne peut être réalisée par aucun système à pôles simples. Il cherche ensuite à préciser la nature de ces exemples, en montrant

- d'une part qu'une solution du problème de Riemann-Hilbert existe lorsque la représentation de monodromie est *irréductible*, c'est-à-dire lorsqu'il n'existe pas de sous-espace non trivial invariant par toutes les matrices M_j (ceci a aussi été montré par V. Kostov),

- d'autre part que, pour tous $p \geq 3$ et $d \geq 3$, et tout choix de points a_1, \dots, a_p , il existe une représentation (réductible) qui n'est pas réalisable par un système du type de Fuchs.

Plutôt que de détailler ces résultats, pour lesquels nous renvoyons aux deux excellentes monographies [1] et [7] ainsi qu'à l'exposé ICM [8] d'Andreï ou à l'exposé Bourbaki d'A. Beauville [3], nous voudrions mettre en évidence quelques phénomènes intéressants révélés par Andreï.

D'abord, pour une représentation (réductible) donnée, l'existence ou non d'une solution du problème de R-H dépend de la position des points singuliers. Plus précisément, il existe, dans tout voisinage d'une position ne donnant pas lieu à une solution, une position donnant lieu à une solution. La manière dont elle dépend des matrices M_j a été étudiée par V. Kostov.

Si les matrices M_j sont toutes triangulaires (supérieures par exemple), c'est-à-dire si la représentation est extension de représentations de dimension 1, Juliette Vandamme, étudiante d'Andreï à Nice, a pu classer les premiers exemples « non réalisables », qui se produisent pour $d \geq 6$.

D'autre part, la condition d'irréductibilité (ou de semi-simplicité) de la représentation de monodromie est naturelle : par exemple, en géométrie algébrique, la construction de l'espace des modules des représentations du groupe fondamental de $\mathbb{C} \setminus \{a_1, \dots, a_p\}$ identifie toute représentation à sa semi-simplifiée.

La géométrie algébrique permet de poser le problème de R-H dans une perspective plus générale. L'extension de celui-ci aux surfaces de Riemann compactes autres que la sphère de Riemann a longtemps donné lieu à des formulations trop directement inspirées du problème original : « sur une surface de genre g , trouver le nombre minimum de points singuliers apparents nécessaires pour obtenir une solution du problème de R-H ». H. Esnault et E. Viehweg [17] ont ainsi reformulé le problème de R-H sous la forme suivante : étant donnée une représentation ρ du groupe fondamental d'une surface de Riemann compacte privée d'un nombre fini de points, existe-t-il sur cette surface compacte un fibré holomorphe *semi-stable de degré 0* muni d'une connexion à pôles logarithmiques, dont la représentation de monodromie associée soit ρ ? (Sur la sphère de Riemann, « semi-stable de degré 0 » signifie « trivial ».) Ils ont montré que ce

problème a une solution lorsque la représentation ρ est irréductible, en utilisant les mêmes outils qu'Andreï (dans une présentation proposée par O. Gabber). Dans [16], on trouve des exemples ne donnant pas lieu à une solution lorsque la représentation est réductible.

Ceci a suggéré à Andreï [14] l'idée de remplacer la condition d'irréductibilité par une autre, plus propice à l'étude des espaces de modules : celle de l'existence d'un fibré sur lequel la connexion à pôles logarithmiques est *stable* au sens de Carlos Simpson, et donne lieu à la représentation de monodromie ρ . Cette notion de stabilité a permis à Stéphane Malek de donner une condition suffisante pour qu'une extension de systèmes admettant chacun une solution du problème de R-H en admette une elle-même (ce n'est pas toujours le cas, comme le montre le cas « triangulaire » évoqué plus haut).

CS : Nous avons aussi le projet de tenter de comprendre les aspects métriques du problème de R-H, motivés par les travaux de C. Simpson [20] concernant l'existence, sous la condition de stabilité ci-dessus, d'une métrique harmonique ayant un comportement modéré aux singularités.

Si Andreï a vite compris l'intérêt de certains concepts de la géométrie algébrique, il est resté fidèle aux méthodes analytiques, raisonnant — souvent de manière fulgurante — sur les solutions fondamentales plutôt que sur les systèmes d'équations ou les fibrés à connexion. Il a rénové l'usage de la « filtration de Levelt ».

« *J'ai deux raisons au moins de lui être reconnaissant. D'abord, il a fait de la publicité pour ma thèse (Amsterdam, 1961). Sans lui les « exposants » introduits dans celle-ci seraient tombés dans l'oubli. Dans son livre avec Anosov il leur consacre une vingtaine de pages. Ça m'a donné beaucoup de satisfaction. Deuxièmement il m'avait fait l'honneur d'un bel exposé lors de la conférence pour mon départ à la retraite en janvier 1997* » (Ton Levelt, Nijmegen).

Le travail d'Andreï sur les inégalités de Fuchs pour les exposants de Levelt a sans doute été à l'origine de ses résultats sur le problème de R-H. Diverses généralisations en ont été obtenues par Eduardo Corel dans sa thèse, sous la direction de Daniel Bertrand et Claude Mitschi, et avec les conseils d'Andreï.

CM : Lors de nos dernières rencontres avant sa maladie, nous avons également travaillé, Andreï, Stéphane Malek et moi-même, sur une formulation généralisée de R-H, pour des singularités éventuellement irrégulières.

Le problème de Birkhoff

C'est un petit frère du problème de Riemann-Hilbert : considérons le système

$$v'(z) = \frac{A(z)}{z^r} \cdot v(z),$$

où $A(z)$ est une matrice de fonctions holomorphes au voisinage de $z = 0$ et r est un entier ≥ 1 (on suppose que $A(0) \neq 0$). Est-il possible, par un changement de base $u(z) = P(z)v(z)$ (P holomorphe inversible au voisinage de l'origine), de mettre le système sous la forme plus simple

$$(B) \quad u'(z) = \left(\frac{B_r}{z^r} + \cdots + \frac{B_1}{z} \right) \cdot u(z),$$

appelée « forme normale de Birkhoff » (on dit aussi « forme standard de Birkhoff »), où les matrices B_i sont constantes? On connaît depuis longtemps des exemples où la réponse est négative.

« *The first time I met Andrey was when Don Lutz was here in Ulm and mentioned that he had met this Russian colleague before (I think, perhaps in Essen when he visited Reinhard [Schäfke]). Andrey at this time stayed in Bonn at MPI, and I invited him to Ulm. Somehow we immediately became friends, and I was, in particular, impressed by Andrey's work concerning the Riemann Hilbert problem. I told him that I had recently written two articles concerning Birkhoff reduction in dimension three, one showing that with analytic transformations one can achieve reduction for irreducible equations, while for others one still can do it with help of meromorphic transformations. Not long after this, Andrey then showed that irreducible equations can always be transformed into Birkhoff normal form by means of analytic transformations. His proof is so simple that I was always asking myself why I had not succeeded in obtaining this result, but this just shows how much of an expert he was in this field* » (W. Balsler).

Et pour cause : le même raisonnement que pour le problème de Riemann-Hilbert s'applique au problème de Birkhoff, si on interprète ce dernier convenablement [6, 9, 5].

CS : Fort de son expérience sur Riemann-Hilbert, Andreï a tenté de comprendre, notamment en collaboration avec W. Balsler [2, 11], la raison de l'existence d'exemples « négatifs », en analysant en dimension 4 et 5 (taille des matrices) l'effet d'une transformation méromorphe. À de nombreuses reprises, mais sans succès je crois, il a essayé d'étendre ces résultats en toute dimension.

Les déformations isomonodromiques

Comment se fait-il que l'erreur de Plemelj soit passée si longtemps inaperçue? Sans doute parce que la solution du 21^e problème de Hilbert n'avait pas eu d'application sérieuse. À quoi peut-il servir, en effet, de résoudre ce problème? Quelle importance cela a-t-il dans d'autres domaines des mathématiques?

« *It should be emphasized that the importance of the question goes beyond its abstract formulation. Indeed, the Fuchsian inverse monodromy problem is one of the principal examples (historically the first one) of the vast range of the inverse monodromy and spectral problems which form what is now known as the Riemann-Hilbert approach in the theory of integrable systems. Having been one of the top authorities in the quite abstract theory of holomorphic vector bundles, Andrey, simultaneously, could amazingly easily interact with the mathematical physics community, especially in the area of integrable systems. His last masterpieces on the Birkhoff normal form and isomonodromic deformations belong equally to both fields, mathematical physics and pure mathematics* » (A. Its).

Ainsi, il est important de concevoir le problème de R-H non seulement de manière « statique », mais aussi d'un point de vue dynamique, dans le cadre des déformations isomonodromiques. C'est ce que n'a pas tardé à faire Andreï.

Étant donné un système (F) avec a_1^o, \dots, a_p^o pour points singuliers et A_1^o, \dots, A_p^o pour matrices résidus correspondantes, existe-t-il, pour tout choix $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_p)$ de points distincts dans \mathbb{C} , des matrices $A_1(\mathbf{a}), \dots, A_p(\mathbf{a})$

dépendant de manière holomorphe (en général multiforme) de \mathbf{a} , telles que $A_j(\mathbf{a}^\circ) = A_j^\circ$ pour tout j , de sorte que, pour tout \mathbf{a} , le système (F) de points singuliers \mathbf{a} et de matrices $A_1(\mathbf{a}), \dots, A_p(\mathbf{a})$ ait une représentation de monodromie constante? Cette contrainte, appelée « isomonodromie », se traduit par un système différentiel non linéaire sur les matrices $A_1(\mathbf{a}), \dots, A_p(\mathbf{a})$ dépendant des variables \mathbf{a} , appelé « système de Schlesinger », dont certains cas particuliers ont été beaucoup étudiés, en liaison avec les équations de Painlevé notamment, ou les systèmes intégrables.

Il est connu (voir notamment [19]) que la réponse à cette question, analogue en famille du problème R-H, est positive sur un ouvert dense de l'espace des \mathbf{a} contenant le point \mathbf{a}° . Que se passe-t-il à la frontière de cet ouvert? Andreï garde toujours un point de vue géométrique sur cette question : « *In this work we follow the geometrical approach to the Schlesinger equation, which is due to B. Malgrange* » écrit Andreï au début de son article [12], et il renvoie à [18] et [19]. Étant donnée une représentation de monodromie *irréductible*, réalisée par un système de type (F), Andreï a pu appliquer les méthodes développées pour le problème de R-H afin d'analyser le comportement des matrices $A_j(\mathbf{a})$ au voisinage de la frontière du domaine de définition ou au voisinage des ensembles de confluence, où les a_j ne sont plus distincts.

Les jeunes années

Andreï a écrit, dans le volume « Mathematics in St. Petersburg », un article de souvenirs [10] relatant sa formation au lycée-internat n° 45. D'autres informations sont données dans [22, p. 367-369].

Andreï Andreevitch Bolibroukh est né le 30 janvier 1950 à Moscou, cent ans après Sofia Kovalevskaja dont il a organisé la célébration du cent-cinquantième, le 15 janvier 2000. Sa mère aimait les mathématiques, tout comme son père, militaire et héros de guerre ; en raison de la guerre aucun d'eux n'a pu suivre des études. Andreï garde le souvenir d'une enfance heureuse : voyages en famille, camping, parties de pêche avec son père, vie au grand air, camps scouts (pionniers) l'été. C'est l'époque du dégel (sous Krouchtchev) qu'il décrit en ces termes : « *Of course, I could not understand things concerning the political or economic situation in the country... but it was, or may have been, the best period of the Soviet Union. I think the atmosphere of the (relative) prosperity of the country influenced positively the whole life at that time.* »

Premier aux Olympiades de Kaliningrad, second aux Olympiades nationales (ex aequo avec A. Suslin et I. Krichever) il est admis d'office au très sélectif lycée-internat spécialisé (en math et physique) numéro 45 de Leningrad. Plusieurs tels lycées furent créés dans les années soixante à l'initiative de Lavrentev et Kolmogorov, à une époque d'euphorie technologique — celle des spoutniks — où l'Union Soviétique cherchait à détecter de jeunes talents pour les diriger vers les études scientifiques. Ce système a produit des mathématiciens de renom ; trois anciens du lycée 45 sont arrivés à Strasbourg dans les années 90 (Viatcheslav Kharlamov, Vladimir Touraev, puis Andreï Bolibroukh).

Sa formation au lycée 45 : les mathématiques et la physique bien sûr, mais aussi la peinture (visites hebdomadaires à l'Ermitage où il découvre les Impressionnistes et Picasso), la musique et surtout la poésie et le théâtre grâce à la

circulation et aux représentations d'œuvres « underground ». Les veillées littéraires, auxquelles participent des artistes connus (non officiels), se prolongent souvent par des discussions animées, sur des thèmes aussi variés que la poésie soviétique ou la guerre d'Algérie...

CM : La poésie est restée, toute sa vie, le jardin secret d'Andreï. Très tôt il avait lu en traduction russe de nombreux poètes français et il aimait tout particulièrement Queneau. Il était aussi féru de poésie ancienne chinoise, ce qui impressionna beaucoup un collègue de Pékin, érudit lui aussi, en visite à Strasbourg.

En 1967 Andreï entre à l'université de Moscou où il poursuit ses études jusqu'à la thèse en 1977, sous la direction de Postnikov et Chernavskii. Les enseignants d'alors s'appellent Kolmogorov, Alexandrov, Arnold, Novikov, Sinai, Anosov, Manin...

« Ma première rencontre avec Andreï m'a beaucoup marqué. À l'automne 1972 j'étais étudiant de troisième année au département de Géométrie Différentielle de la Faculté « Mech-Math » de l'Université de Moscou (c'est-à-dire un débutant cherchant sa voie). Comme tous les étudiants et les thésards du département (ainsi que les collègues du département de Topologie et de Géométrie Supérieure) j'ai assisté au Séminaire des doctorants sur les travaux de D. Sullivan — un sujet très à la mode à l'époque et très dur pour un novice. Je ne comprenais presque rien. Un seul thésard, qui arrivait toujours en avance, a spontanément proposé de discuter avec moi du contenu de l'exposé précédent, c'était Andreï. Cette attitude contrastait avec celle des autres thésards qui regardaient d'un peu haut les jeunes étudiants. Bien sûr, dans nos discussions, c'est lui la plupart du temps qui avait des choses à m'expliquer » (V. Roubtsov).

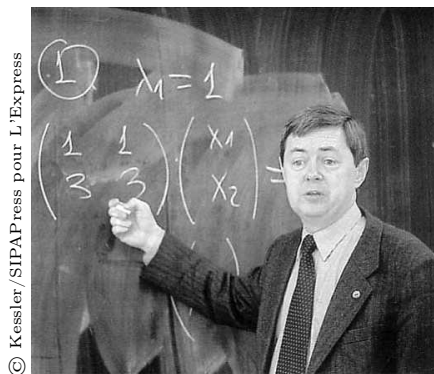
Andreï et la France

« Andreï Bolibroukh est venu pour la première fois à Nice exposer ses travaux sur le problème de Riemann-Hilbert au cours de l'année 1991-92. Il est revenu ensuite tous les ans jusqu'en 96-97 pour des périodes d'un mois (les deux premières années) et de trois mois (poste PAST) les années suivantes. Il a participé à la vie du laboratoire : cours de 3^e cycle, encadrement de la thèse de Juliette Vandamme. C'est pendant ce séjour que le projet d'une coopération européenne INTAS a été envisagé pour la première fois. Il a aussi été rapporteur de l'habilitation de V. Kostov en 1998 » (Ph. Maisonobe et M. Merle).

Andreï a occupé un poste de PAST à Strasbourg de 1997 jusqu'à son décès. Lors de ses séjours à Strasbourg, il était aussi actif en recherche qu'en enseignement et en co-organisation des activités de l'équipe « Équations fonctionnelles » : cours sur les équations différentielles en licence et magistère, cours de DEA sur le problème de Riemann-Hilbert et les déformations isomonodromiques ; co-organisateur, très efficace, de trois colloques (un « atelier » pour doctorants qui a attiré de nombreux jeunes de l'étranger en 1999, un colloque à la mémoire de Raymond Gérard en 2000 et le dernier en l'honneur de Jean Thomann en 2002).

CM : En proposant la candidature d'Andreï à un poste PAST, j'avais, devant l'inquiétude habituelle des collègues, attesté sa parfaite maîtrise du français, faisant toute confiance à Raymond Gérard qui le connaissait mieux.

Avec l'accord d'Andreï, je me suis donc permis d'assister à la première séance de son cours de DEA, que j'ai évidemment suivi jusqu'au bout, tant il était passionnant. Je me souviens comme il savait valoriser les questions les plus simples et, à travers elles, ceux ou celles qui les posaient. Tout cela, bien sûr, sans le moindre problème de langue. Il fallait seulement s'habituer à sa façon bien russe d'écrire les indices à la hauteur des exposants...



© Kessler/SIPAPress pour L'Express

Lors de son dernier séjour à Strasbourg il a, avec Benjamin Enriquez, mis la dernière main à un projet PICS de collaboration franco-russe qui lui tenait très à cœur et qui a démarré en mai 2003.

« Andreï avait à cœur non seulement les liens franco-russes, mais aussi franco-français (Strasbourg-Paris) : il a énormément insisté pour que le PICS ait un nœud parisien » (Daniel Bertrand, Paris).

Il faut aussi rappeler que, pendant le même temps, Andreï a occupé plusieurs postes de responsabilité, aussi bien à Moscou (Académie des sciences, Institut Steklov, Société Mathématique de Moscou) qu'au sein de l'Union mathématique internationale ou du Conseil scientifique du Centre Banach à Varsovie, faisant preuve d'un talent d'organisateur très apprécié.

« Dans ma conscience, Andreï restera toujours un créateur, et non un contemplateur. Je voudrais le comparer à certains diplomates : tout en restant inconnus, ils préparent patiemment, en utilisant des ressources intellectuelles énormes, la fin d'une guerre sanglante.

Andreï a été profondément affecté par l'éclatement de la communauté mathématique ex-soviétique en groupes politiquement engagés — une chose, à mon avis, inévitable et très naturelle dans la société instable de la période de passage, dite « perestroïka ».

Mais pour Andreï, c'était une peine personnelle et il est devenu l'un des initiateurs et des organisateurs d'un Colloque « unification ». Son espoir était de rassembler et de réunir (sur une base scientifique) tous les grands noms des mathématiques ex-soviétiques à l'occasion d'une Conférence consacrée au 90^e anniversaire de L. Pontriaguine — une figure scientifique aussi grande que controversée.

Andreï a fourni un travail d'Hercule pour un résultat de Sisyphe mais j'ai bien compris que, pour lui, il était indispensable de tenter cette « unification ». Je ne voudrais pas dire qu'Andreï ait été aussi naïf — tout simplement, il avait mal vécu cette situation et n'a pas pu renoncer à cette tentative » (V. Roubtsov).

Tout en dirigeant et en « gérant » l'Institut Steklov de Moscou jusque dans les menues besognes, Andreï trouvait le temps de se consacrer avec enthousiasme à l'enseignement, mais aussi à la vulgarisation scientifique qui lui tenait tant à cœur. Il prenait volontiers son bâton de pèlerin pour aller à la rencontre de lycéens, de professeurs d'école ou de lycée auxquels il apportait la bonne

parole mathématique dans l'espoir d'attirer davantage de jeunes vers cette discipline — dont les perspectives peu lucratives séduisent moins, en ce moment, la jeune génération russe. Andreï était heureux d'avoir, en janvier 2000, réussi à rassembler dans le théâtre de Velikiye-Luki quatre cents personnes venues écouter sa conférence sur S. Kovalevskaja : « *Je ne leur ai parlé ni de Bourse ni de business, et pourtant ils m'ont suivi avec intérêt. À la fin de l'exposé, certains sont venus me dire que je leur avais apporté un peu d'air frais dans l'ambiance actuelle* » confiait-il quelques jours plus tard au journaliste de l'hebdomadaire l'Express venu l'interviewer à Strasbourg (propos parus dans l'article intitulé « *Petit creux dans la bosse des maths* » en mars 2000).

Son efficacité s'est illustrée, en France, par la manière dont il a su mettre en place un programme de travail franco-hispano-russe dans le cadre d'un projet INTAS.

« *Andreï a beaucoup aidé à l'établissement d'autres projets INTAS. Par exemple, j'ai bien profité de ses conseils dans l'organisation d'un accord INTAS-RFBR « Nombres transcendants » en 1999–2001.*

Il a aussi été le maître d'œuvre de la partie mathématique de l'accord de coopération entre l'Académie des Sciences de Russie et l'Université de Paris 6, qui a débuté en 2001, regroupant la théorie des nombres et l'analyse algébrique. Cela met en valeur un côté typique d'Andreï : rassembler les chercheurs non seulement à travers les frontières géographiques, mais aussi — et surtout — à travers les sujets de recherche. Nous avons ainsi le projet d'appliquer son extension à plusieurs variables [4, 13] de l'inégalité de Fuchs à la mise en place de lemmes de zéros multidimensionnels pour la transcendance. » (D. Bertrand).

Enfin, après la création d'un laboratoire CNRS à Moscou, il est devenu l'interlocuteur privilégié de Christian Peskine à Moscou.

« *Notre dernière rencontre — nous avons déjeuné ensemble au CNRS — remonte au printemps dernier. Le matin même, Andreï était sorti de l'hôpital. Il discutait déjà de nouveaux projets, de nouvelles idées. C'était une belle journée ensoleillée et nous avons longuement parlé d'un projet de nouveau laboratoire européen de mathématiques à Moscou* » (C. Peskine).

Venu tenter un traitement à Paris en septembre 2003, il a été soutenu sans relâche par sa femme Nina, ainsi que par Viatcheslav et Sonia Kharlamov, et a reçu la visite de plusieurs collègues et amis, à qui il tâchait d'expliquer ses derniers travaux mathématiques, mais parlait aussi d'un recueil de souvenirs qu'il avait commencé à écrire.

« *La dernière fois que j'ai parlé maths avec lui, Andreï me demandait des précisions sur ce dernier travail de Corel. Cette marque d'intérêt, alors qu'il était déjà si faible, m'a beaucoup ému* » (D. Bertrand).

« *Comme j'allais à Paris, je suis passé le voir ; je l'ai trouvé en une grande forme, ce qui m'a surpris, plein d'énergie et de projets. Lors de ma visite, une infirmière est cependant venue apporter le résultat d'analyses ; c'était très mauvais mais, sur le moment, il n'en a pas paru affecté (peut-être ne voulait-il pas le montrer). Il se trouve qu'en fait, je l'ai vu un des tout derniers jours où il a été bien* » (Bernard Malgrange, Grenoble).

CM : Andreï m'a appelée le lendemain, très optimiste encore, heureux surtout d'avoir, dans la nuit, démontré un théorème à la suite de sa conversation avec Bernard Malgrange. Deux jours plus tard, il entra en réanimation.

« *Un autre trait que je voudrais mentionner : son sens des responsabilités. Étant déjà gravement malade, il m'a fait part à Moscou de sa préoccupation au sujet des tâches administratives qui l'attendaient à l'Institut Steklov. Même lors de notre dernière rencontre au service de réanimation de l'hôpital de la Pitié, il était inquiet pour ses étudiants et thésards de Moscou...* » (V. Roubtsov).

CS : Jusqu'au dernier moment, il a gardé intactes ses capacités d'organisation : « *Claude, je dois tenir quinze jours pour pouvoir tenter une greffe...* ».

CM : Même dans un état de grande faiblesse, jusqu'au bout, Andreï oubliait sa maladie et retrouvait le sourire dès qu'on lui parlait de mathématiques.

Strasbourg, le 30 janvier 2004.



Références

- [1] D.V. ANOSOV & A.A. BOLIBRUCH – *The Riemann-Hilbert problem*, Aspects of mathematics, vol. 22, Vieweg, 1994.
- [2] W. BALSER & A.A. BOLIBRUCH – « Transformation of reducible equations to Birkhoff standard form », Ulmer Seminare – Funktionalanalysis und Differentialgleichungen, Universität Ulm, 1997.
- [3] A. BEAUVILLE – « Monodromie des systèmes différentiels linéaires à pôles simples sur la sphère de Riemann (d'après A. Bolibruch) », in *Séminaire Bourbaki*, Astérisque, vol. 216, Société Mathématique de France, 1993, p. 103–119.
- [4] A.A. BOLIBRUKH – « Pfaffian systems of Fuchs type », *Uspehi Mat. Nauk* **32** (1977), p. 203–204.
- [5] ———, « On an analytic transformation to the standard Birkhoff form », *Proc. Steklov Inst. Math.* **203** (1994), p. 33–40.

- [6] ———, « On analytic transformation to Birkhoff standard form », *Russ. Acad. Sci. Dokl.* **49** (1994), p. 150–153.
- [7] ———, *The 21st Hilbert problem for linear Fuchsian systems*, Proceedings of the Steklov Inst. of Mathematics, vol. 206, American Mathematical Society, Providence, RI, 1995.
- [8] ———, « The Riemann-Hilbert problem and Fuchsian differential equations on the Riemann sphere », in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. 1, 2 (Zürich, 1994)*, Birkhäuser, Basel, 1995, p. 1159–1168.
- [9] ———, « On the Birkhoff standard form of linear systems of ODE », in *Mathematics in St. Petersburg*, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, vol. 174, American Mathematical Society, Providence, RI, 1996, p. 169–179.
- [10] ———, « Some memories of Boarding School #45 », in *Mathematics in St. Petersburg*, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, vol. 174, American Mathematical Society, Providence, RI, 1996, traduit du russe par A. Sossinsky, p. 1–5.
- [11] ———, « Meromorphic transformation to the Birkhoff standard form in small dimensions », *Proc. Steklov Inst. Math.* **225** (1999), p. 78–86.
- [12] ———, « On orders of movable poles of the Schlesinger equation », *J. Dynam. Control Systems* **6** (2000), no. 1, p. 57–74.
- [13] ———, « The Fuchs inequality on a compact Kähler manifold », *Dokl. Akad. Nauk* **380** (2001), no. 4, p. 448–451.
- [14] ———, « The Riemann-Hilbert Problem on a compact Riemannian surface », *Proc. Steklov Inst. Math.* **238** (2002), p. 55–69.
- [15] L. BOUTET DE MONVEL, A. DOUADY & J.-L. VERDIER (éds.) – *Séminaire E.N.S. Mathématique et Physique*, Progress in Math., vol. 37, Birkhäuser, Basel, Boston, 1983.
- [16] H. ESNAULT & C. HERTLING – « Semistable bundles on curves and reducible representations of the fundamental group », *Internat. J. Math.* **12** (2001), no. 7, p. 847–855.
- [17] H. ESNAULT & E. VIEHWEG – « Semistable bundles on curves and irreducible representations of the fundamental group », in *Algebraic geometry : Hirzebruch 70* (P. Pragacz, M. Szurek & J. Wiśniewski, éds.), Contemp. Math., vol. 241, American Mathematical Society, 1999.
- [18] B. MALGRANGE – « La classification des connexions irrégulières à une variable », in *Séminaire E.N.S. Mathématique et Physique* [15], p. 381–399.
- [19] ———, « Sur les déformations isomonodromiques, I, II », in *Séminaire E.N.S. Mathématique et Physique* [15], p. 401–438.
- [20] C. SIMPSON – « Harmonic bundles on noncompact curves », *J. Amer. Math. Soc.* **3** (1990), p. 713–770.
- [21] A. TREIBICH KOHN – « Un résultat de Plemelj », in *Séminaire E.N.S. Mathématique et Physique* [15], p. 307–312.
- [22] B.H. YANDELL – *The Honors Class – Hilbert's problems and their solvers*, A.K. Peters, Natick, Massachusetts, 2002.

Epreuve Gazette
date : 5/3/2004